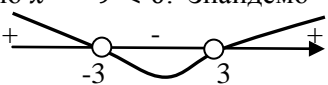


Пояснення до завдань з математики пробного тестування «ЗіГзаг»-2010

1. Будемо розв'язувати нерівність $x^2 < 9$ методом інтервалів. Запишемо $x^2 - 9 < 0$. Знайдемо нулі даної функції: $x_{1,2} = \pm 3$. І отримаємо розв'язок: $x \in (-3; 3)$. 
Відповідь: Б.
2. $\frac{1}{7} \cdot 6,87 + \frac{1}{7} \cdot 2,65 = \frac{1}{7} \cdot (6,87 + 2,65) = \frac{1}{7} \cdot 9,52 = 1,36$.
Відповідь: В.
3. Знайдемо знаменник геометричної прогресії: $q^2 = \frac{b_6}{b_4} = 9$. Отримаємо: $q = \pm 3$. Значить $b_7 = \pm 81$.
Відповідь: Г.
4. Мода – значення, яке зустрічається найчастіше. Медіана – середнє значення вибірки. Якщо таких значень два, то береться їх середнє арифметичне.
Відповідь: В.
5. Якщо Еля збрала x грибів, то Вова зібрав $3,5x$. Сума – $4,5x$. Тобто можлива кількість повинна націло ділитися на $4,5$.
Відповідь: Б.
6. Користуючись властивостями степенів, отримуємо: $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt{a}} - 1 = \frac{a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}}} - 1 = a^{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{2}} - 1 = a^0 - 1 = 0$.
Відповідь: В.
7. З поданих висловлювань правильне лише (а).
Відповідь: Д.
8. Користуючись теоремою синусів, отримуємо: $\frac{AB}{\sin \angle C} = \frac{BC}{\sin \angle A}$. Звідси $\sin \angle A = \frac{BC \cdot \sin \angle C}{AB} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, тобто, $\angle A = 45^\circ$.
Відповідь: А.
9. Відповідь: Д.
10. $S = \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot R^2 = 24\pi$.
Відповідь: Б.
11. Відповідь: Д.
12. $V_1 = 20 \cdot 21 \cdot 10 = 4200 \text{ см}^3$, $V_2 = 21 \cdot 21 \cdot 10 = 4410 \text{ см}^3$.
Відповідь: Г.
13. Корені квадратного рівняння не задовольняють області допустимих значень.
Відповідь: Г.
14. Запишемо рівність: $3 \cdot 4 = \sqrt{9 + 16} \cdot h$, звідси $h = \frac{12}{5} = 2,4$.
Відповідь: В.
15. Відповідь: Б.
16. Врахувавши ОДЗ, залишається лише один корінь: $x = 3$.
Відповідь: А.
17. Користуємося формулою: $180^\circ \cdot (n - 2) = 150^\circ \cdot n$. Звідси $n = 12$.
Відповідь: А.

18. Скориставшись формулами зведення, отримаємо: $\sin \frac{2\pi}{9} \cdot \cos \frac{5\pi}{18} + \sin \frac{5\pi}{18} \cdot \cos \frac{2\pi}{9} = \sin^2 \frac{2\pi}{9} + \cos^2 \frac{2\pi}{9} = 1$.

Відповідь: Б.

19. Найближча відстань – до осі OZ. $d = \sqrt{9 + 16} = 5$.

Відповідь: А.

20. Складаємо пропорцію: $\frac{x}{8+x} = \frac{3}{5}$, де x – кількість шоколадок «Корона». Отримуємо $x = 12$.

Відповідь: Б.

21. Відразу знаходимо $AC = 15$. А потім користуємося теоремою синусів: $\frac{AC}{\sin \angle B} = 2R, R = 15 \text{ см.}$

Відповідь: А.

22. $m = 4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 96$.

Відповідь: Г.

23. Правильне твердження лише (а).

Відповідь: Д.

24. Відповідь: В.

25. Скористаємося формулою: $S = \pi R l = 12\pi R = 300\pi$. Отримуємо $R = \frac{300}{12} = 25 \text{ см.}$

Відповідь: Д.

26. Властивості степенів:

1. В

2. А

3. Б

4. Д

27. Користуючись тим, що підкореневий вираз завжди невід'ємний, синус будь-якого кута менший або дорівнює по модулю одиниці, область визначення арксинуса – $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$, і вираз, що стоїть під логарифмом завжди додатний, отримуємо:

1. Д

2. А

3. Б

4. Г

28. Користуючись теоремою косинусів і Піфагора, отримуємо:

1. В

2. А

3. Д

4. Б

29. Розкладаємо на множники і користуємося методом інтервалів:

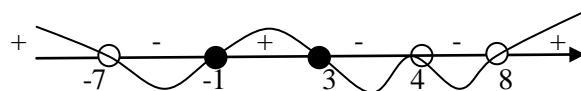
$$\frac{(x-3)(x-4)(x+1)}{(x-8)(x-4)(x+7)} \leq 0$$

Нулі функції: $x_1 = 4, x_2 = -1$.

ОДЗ: $x_3 \neq 8, x_4 \neq 3, x_5 \neq -7$

Тобто, $x \in (-7; -1] \cup [4; 8)$, або $x = 4, 5, 6, 7$

Відповідь: 4.



30. Скориставшись основною логарифмічною тотожністю, отримаємо $5^{-2\frac{1}{4} \cdot 2} = 5^{-1} = 0,2$

Відповідь: 0,2.

31. Нехай $AB = x$. За теоремою Піфагора: $AC = \sqrt{x^2 + 81}$. Скориставшись властивістю бісектриси, отримаємо пропорцію: $\frac{x}{4} = \frac{\sqrt{x^2 + 81}}{5}$, або $25x^2 = 16x^2 + 16 \cdot 81$. Значить, $S = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 9 = 54$.

Відповідь: 54.

32. Так як функція косинус парна, а синус – непарна, то можна відразу записати:

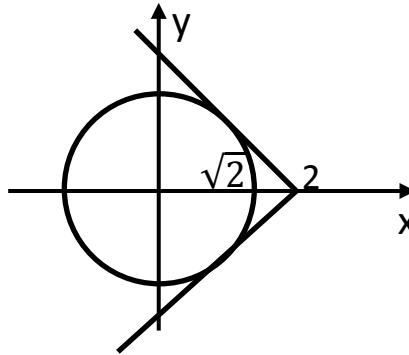
$$S = 4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = 4 \sin \frac{\pi}{2} - 4 \sin 0 = 4.$$

Відповідь: 4.

33. $f'(x_0) = 25 \cos 5x_0 + 16 \cos 4x_0 + 9 \cos 3x_0 + \cos x_0 = 51$.

Відповідь: 51.

34. Розв'яжемо цю систему графічно.



Отримуємо, що $a = 2$.

Відповідь: 2.

35. Запишемо рівняння: $4v + 9u = s$, $v = \frac{s}{4+t}$, $u = \frac{s}{9+t}$, де v – швидкість Вадіка, u – швидкість Вані, t – час, який вони рухалися до зустрічі, s – відстань між пунктами. Отримуємо рівняння: $\frac{4}{4+t} + \frac{9}{9+t} = 1$. Звідси, $t = 6$. Тобто, Вадик витратив на дорогу 10 годин.

Відповідь: 10.

36. Запишемо формули:

$$S_{\text{нов}} = \pi R^2 + \pi Rl = 5\pi^3$$

Знайдемо залежність між радіусом(R) і твірною(l) конуса:

$$S_{\text{б}} = \pi Rl = \frac{1}{6}\pi l^2, l = 6R;$$

Знайдемо радіус (і твірну):

$$R = \pi \sqrt{\frac{5}{7}}; l = 6\pi \sqrt{\frac{5}{7}};$$

і отримуємо об'єм:

$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi^4 \cdot \frac{5}{7} \cdot 5 = \frac{25}{21}\pi^4 \approx 1,2\pi^4$$

Відповідь: 1,2.